



Agzamxodjaeva M.Sh

9-Mavzu: Ko'pyoqlilar va ularning yon va to'la sirtlari.



TIAME

Sirti chekli miqdordagi yassi tekisliklardan iborat jism **ko`pyoq** deyiladi. Agar ko`pyoqning o`zi uning sirtidagi har bir ko`pburchak tekisligining bir tomonida yotsa, bunday ko`pyoq **qavariq ko`pyoq** deyiladi. Qavariq ko`pyoqning sirti bilan bunday tekislikning umumiy qismi **yoq** deyiladi.

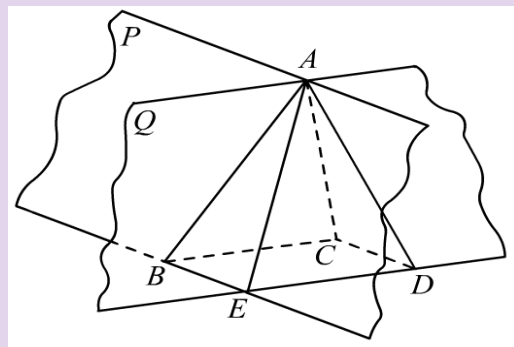
Ko`pyoq yoqlarinig tomonlari uning **qirralari**, uchlari esa ko`pyoqning **uchlari** deyiladi. Bu ta'rifni barchaga tanish bo'lgan kub misolida tushuntirish mumkin. Kub qavariq ko`pyoqdir. Uning sirti oltita kvadratdan tashkil topgan: ABCD, BEFC, .... Bu kvadratlar kubning yoqlaridir. Bu kvadratlarining AB, BC, BE... tomonlari kubning qirralari bo'ladi. Kvadratning A, B, C, D, E, ... uchlari kubning uchlari boladi. Kubda oltita yoq, o`n ikkita qirra va sakkizta uch bor.

Fazoviy geometrik shaklga ega bo'lgan jismlardan biri ko'pyoqlik bo'lib, u hamma tomonidan tekis ko'pburchaklar, ya'ni yoqlar bilan chegaralanadi (1 va 2-shakl).



- Uch va undan ortiq tekisliklarning o'zaro kesishish chizig'i ko'pyoqlikning qirradi deyiladi. Ko'pyoqlikning ikki qo'shni qirralari orasidagi tekislikning (**AED**) qismi esa ko'pyoqlikning yonlari deyiladi.

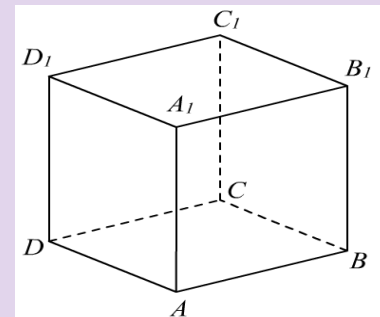
Bizga ma'lumki, uchta tekislik o'zaro bitta nuqtada kesishadi. Bitta nuqtada kesishuvchi uchta va undan ortiq sondagi tekisliklar bilan chegaralangan ko'pyoqlik piramida deyiladi (1-shakl), **AB**, **AC**, va **AE** lar piramidaning yon qirralari, **A** nuqta piramidaning uchi va $\triangle \mathbf{BAC}$, $\triangle \mathbf{CAD}$ va $\triangle \mathbf{EAB}$ lar piramidaning yon yoqlari deyiladi. Chizmalarni o'qishni osonlashtirish maqsadida ko'pyoqliklar asos deyiluvchi tekislik bilan chegaralanib tasvirlanadi.



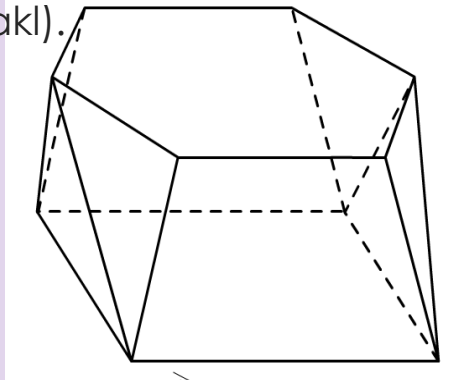
1-SHAKL

- Agar ko'pyoqlikni hosil qiluvchi tekisliklarning kesishish chiziqlari o'zaro parallel bo'lsa, bunday ko'pyoqlik **prizma** deyiladi (2-shakl). Ko'pyoqliklar qirralarining kesishgan nuqtalari uning **uchlari** deyiladi. Prizma yon qirralarining asos tekisligiga nisbatan holatiga qarab **og'ma** yoki **to'g'ri prizma** deyiladi.
- Ko'pyoqlik o'zini chegaralovchi istalgan yoqqa (tekislikka) nisbatan bir tomonda joylashsa, qavariq ko'pyoqlik, aks holda, ya'ni tekislikdan turli tomonda joylashsa **botiq ko'pyoqlik** deyiladi.

2-shakl

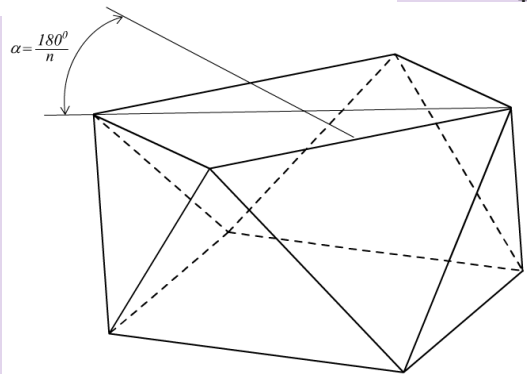


- Asoslari o'zaro parallel tekisliklarda yotgan ikkita ko'pburchakdan va yon yoqlari esa ikkala asos uchlaridan iborat uchburchaklar va trapetsiyalardan iborat bo'lgan **ko'pyoqlik prizmatoid** deyiladi (3-shakl).



- Agar asoslari teng muntazam qavariq ko'pburchaklardan iborat bo'lib, ulardan birini ikkinchisiga nisbatan umumiy normal atrofida burchakka (n – ko'pburchak

tomonining soni) burilsa, prizmatoid antiprizmaga aylanadi (4-shakl).

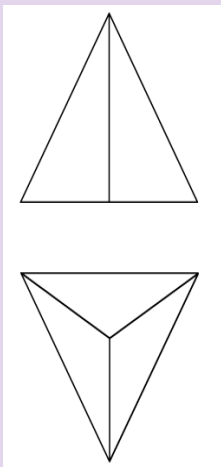


3-shakl

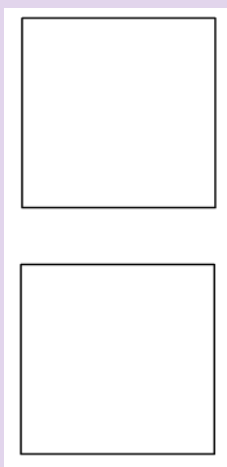
$$\alpha = \frac{180^\circ}{n}$$

- Bir jinsli qavariq ko'pyoqliklar muntazam va yarim muntazam ko'pyoqliklarga ajraladi. Muntazam qavariq ko'pyoqliklar o'zaro teng bir xil muntazam ko'p burchaklardan iborat yoqlarga, o'zaro teng ikki yoqli burchaklarga va o'zaro teng qirralarga ega bo'ladi. Bu ko'pyoqliklar asosan besh xil bo'lib, Platon jismlari deyiladi (5-shakl, a-tetroedr, b-geksaedr, c-oktaedr, d-dodekaedr, e-ikosaedr). Ko'pyoqliklarning muhim hossalardan birini Eyler quyidagicha bayon qiladi.
- Agar qavariq ko'pyoq yoqlarining tomonlari soni bir xil bo'lgan muntazam ko'pburchakdan iborat bo'lsa va shu bilan birga ko'pyoqning har bir uchida bir xil miqdordagi qirralar uchrashsa, bunday qavariq ko'pyoq muntazam ko'pyoq deyiladi.
- **Eyler teoremasi.** Har qanday qavariq ko'pyoqlikda yoqlar (m) bilan uchlar (n) sonining yig'indisidan qirralar ($\square$) sonining ayirmasi ikkiga teng bo'ladi, ya'ni $m+n-\square=2$

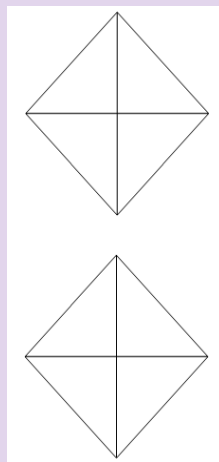
■ A)



B)

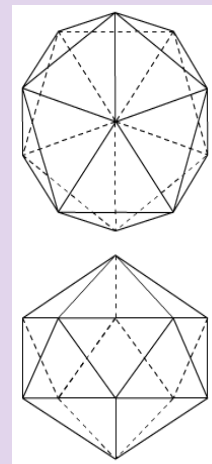
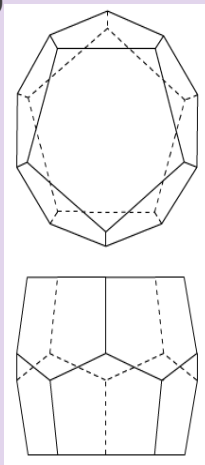


C)



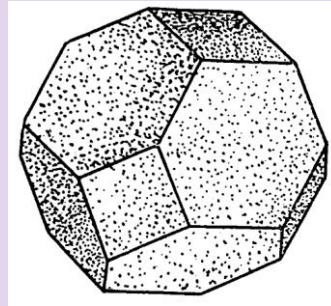
D)

E)



5-shakl

- Yarim muntazam qavariq ko'pyoqliklar turli shakldagi muntazam qavariq ko'pburchakli yoqlarga ega bo'lib, muntazam qavariq ko'pyoqliklarning uchlarini kesish orqali hal qilinadi. Bunday ko'pyoqliklar 18 xil bo'lib, ular Arximed jismlari deb yuritiladi (6-shakl). Bu shaklda Arximed jismlaridan biri bo'lgan kesik oktaedr tasvirlangan.



6-shakl

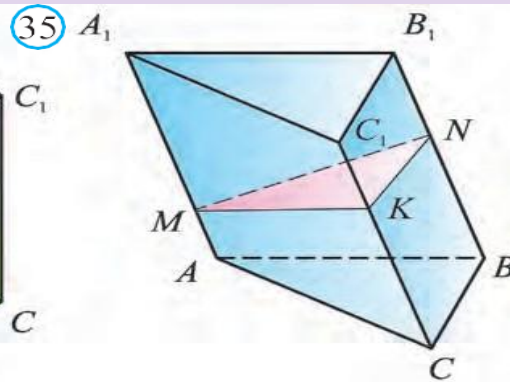
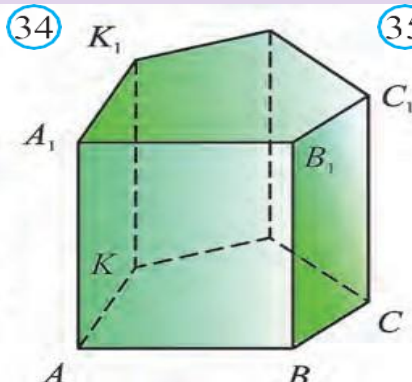
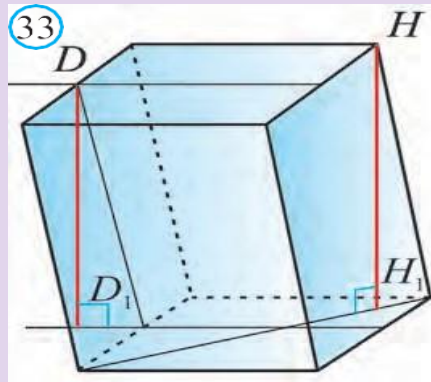
- Ko'pyoqliklar texnikada turlicha ko'rinishdagi mashina detallari, ko'pyoqlik linzalar yasashda hamda arxitektura va qurilish ishlarida keng ishlatiladi. Ko'pyoqliklardan yana «Geodezik» gumbazlar yasashda, keng oraliqli binolarni ustunsiz yopishda keng foydalaniladi.

Prizmaning to'la va yon sirti.



TIAME

33- rasmda $ABCDEA_1B_1C_1D_1E_1$ prizmaning HH_1 va DD_1 balandliklari tasvirlangan. Ravshanki, muntazam prizmaning balandligi uning yon qirrasiga teng bo'ladi.



Prizma *yon sirti* (aniqrog'i, *yon sirtining yuzi*) uning yon yoqlari yuzi yig'in disiga teng, *to'la sirti* esa yon sirti va ikkita asosining yuzi yig'indisiga teng.

$$S_{\text{to'la}} = S_{\text{YON}} + 2S_{\text{asos}}$$

TEOREMA. To'g'ri prizmaning yon sirti asosining perimetri bilan Balandligining ko'paytmasiga teng:

$$S_{\text{yon}} = P_{\text{asos}} * h$$

Isbot. Berilgan prizmaning balandligi h , asosining perimetri $P = AB + BC + CA$ bo'lsin (34- rasm). Ravshanki, to'g'ri prizmaning har bir yog'i to'g'ri to'rtburchakdan iborat.

Teorema. Ihtiyority prizmaning yon sirti uning perpendikular kesimi perimetri bilan yon qirrasi uzunligining ko'paytmasiga teng:

$$S_{yon} = P \cdot l$$

Isbot. Perpendikular kesimning perimetri P ga teng bo'lsin (35- rasm). Kesim prizmani ikki bo'lakka ajratadi (36.a- rasm). Bu bo'laklarning birini olib, prizma asoslari ustma-ust tushadigan qilib parallel ko'chiramiz. Natijada yangi to'g'ri prizma hosil bo'ladi (36.b- rasm). Ravshanki, bu prizmaning yon sirti berilgan prizma yon sirtiga teng. Uning asosi berilgan perpendikular kesimdan iborat bo'lib, yon qirrasi l ga teng bo'ladi.

Demak, yuqorida isbotlangan teoremaga ko'ra: $S_{yon} = P \cdot l$ □

